

## Komparasi Solusi Kasus Fluks Magnetik di Sekitar Kawat Berarus Listrik dengan Metode Analitik dan Komputasi

### *Comparison of Magnetic Flux Cases Solution in Around Electrified Wire between Analytical and Computational Methods*

Ali Warsito\*, Ady E.P Haning

Jurusan Fisika, Fakultas Sains dan Teknik, Universitas Nusa Cendana

\*E-mail: alifis.aw@gmail.com

#### ABSTRACT

Have analyzed comparative analytical and numerical computation solutions in the case of magnetic flux to the circular loop of radius  $R$  as far apart as  $H$  around the current  $I$  in the wire. The aim is to know how the methods used have an accurate solutions calculated based on relative error value. The analytical method use taking concept of polar coordinates and the computational method using the function of analytic equations modified based on Simpson and Monte Carlo method. Both methods are approaches in numerical integration. After test with variation of combination of  $R=0.1$  and  $0.2$  and  $H=0.1$  and  $0.2$ , the Simpson and Monte Carlo indicate the integration value corresponding to the exact or analytical solution value, the relative error value of the Simpson method range from  $0,004\%$  -  $0,017\%$  and the relatif error value for Monte Carlo method range from  $0.056\%$  -  $3.4296\%$ .

**Keywords:** magnetic flux, analytical, simpson, monte carlo, relative error

#### PENDAHULUAN

Fluks magnetik adalah keadaan dimana sejumlah garis kuat medan magnetik tertentu menembus suatu luas permukaan tertentu. Timbulnya medan magnetik bisa diakibatkan oleh beberapa sebab, seperti adanya arus listrik yang mengalir pada suatu kawat ataupun kehadiran dari suatu benda magnetik. Gejala fluks magnetik diamati dengan mengukur jumlah induksi medan magnetik yang menembus suatu luas permukaan tertentu. Sebagian besar peralatan elektronik yang kita jumpai dalam kehidupan sehari-hari kita, bekerja pada prinsip fluks magnetik. Salah satu contoh adalah transformator, yang prinsip kerjanya didasarkan pada fenomena fluks magnetik.

Dalam kajian fisika listrik magnet (*electromagnetics / electrodynamics*), fluks magnetik ( $\Phi$ ) dapat diselesaikan dengan metode analitik yang sudah umum untuk mendapatkan solusi sejatinya (*exact solution*). Metode analitik adalah metode penyelesaian secara matematis dengan rumus-rumus aljabar yang sudah baku (Munir, 2013). Cara yang lain dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan fluks magnetik adalah dengan menggunakan komputasi fisika.

Komputasi fisika adalah integrasi antara sains dan kemampuan komputer secara efektif untuk menyelesaikan kasus-kasus fisis memanfaatkan metode numerik dan bahasa

pemrograman (Warsito, 2009). Menurut Chapra (2011) metode numerik adalah teknik yang digunakan untuk memformulasikan masalah matematis sehingga dapat diselesaikan dengan operasi aritmatika dan logika. Karena perhitungan menggunakan komputer berbasis pada sistem digital sehingga metode numerik seringkali dikenal sebagai matematika komputer (komputasi). Terdapat beberapa alternatif dalam metode komputasi yang bisa dipakai untuk mencari solusi masalah nilai awal, diantaranya seperti metode diferensiasi dan metode integrasi. Metode integrasi numerik secara khusus dipakai untuk mencari pendekatan jawaban kasus. Metode integrasi sendiri terdiri dari beberapa metode antara lain *trapezoida rule* (kaidah trapesium), metode Simpson 1/3 dan 3/8 dengan tingkat kesalahan (*error*) yang berbeda untuk masing – masing metode.

Metode lain yang lebih kompleks dan biasa digunakan dalam pemodelan fisika adalah metode Monte Carlo. Metode Monte Carlo menggunakan prinsip membangkitkan bilangan acak (*random generator*) dengan batasan nilai awal dan akhir untuk mencari pendekatan jawaban dari kasus.

Dalam penelitian ini akan dicari solusi untuk menentukan nilai fluks magnetik total di sekitar kawat berarus pada permukaan luasan berbentuk lingkaran menggunakan metode khusus analitik dan metode komputasi numerik

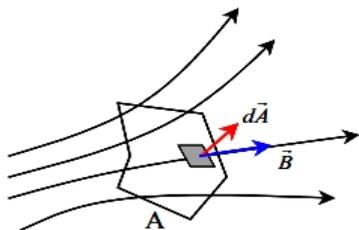
(Simpson & Monte Carlo) dan membandingkan hasil dari metode analitik dan komputasi serta menghitung nilai *error* relatif dari metode komputasi terhadap metode analitik dalam menghitung nilai fluks magnetik di sekitar kawat berarus.

### Fluks Magnetik

Jika dalam suatu ruang terdapat medan magnet, jumlah garis gaya yang menembus permukaan dengan luas tertentu bisa berbeda-beda, tergantung pada kuat medan magnet dan sudut antara medan magnet dengan vektor permukaan. Fluks magnetik mengukur jumlah garis gaya yang menembus suatu permukaan. Fluks magnetik didefinisikan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\Phi &= \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \\ &= \int B dA \cos \theta\end{aligned}\quad (1)$$

dengan  $\theta$  adalah sudut antara vektor  $\vec{B}$  dan  $d\vec{A}$ . Dimana:  $B$  = induksi magnetik ( $\text{Wb}/\text{m}^2$ );  $A$  = luasan bidang ( $\text{m}^2$ );  $\Phi$  = fluks magnetik ( $\text{Wb}$ )



Gambar 1. Fluks magnetik menyatakan jumlah garis gaya yang menembus permukaan dalam arah tegak lurus (Abdullah, 2006)

Jika arah medan magnet sejajar dengan bidang, maka  $\theta = 90^\circ$  dan fluks magnetik bernilai 0. Jika arah medan magnet tegak lurus dengan bidang, maka  $\theta = 0^\circ$  dan fluks magnetik bernilai  $BA$  (maksimum) (Serway, 2004).

### Metode Simpson

Di dalam kalkulus, integral adalah satu dari dua pokok bahasan yang mendasar disamping turunan (*derivative*). Integral mempunyai banyak terapan dalam bidang sains dan rekayasa. Integral digunakan untuk memperoleh solusi analitik dan eksak dengan menggunakan integral tak-tentu maupun integral tentu. Integral tak-tentu dinyatakan sebagai:

$$\int f(x)dx = F(x) + C \quad (2)$$

Solusinya,  $F(x)$ , adalah fungsi menerus sedemikian sehingga  $F'(x) = f(x)$ , dan  $C$  adalah sebuah konstanta. Persoalan integrasi numerik ialah menghitung secara numerik integral tentu

yang dalam hal ini  $a$  dan  $b$  batas-batas integrasi,  $f$  adalah fungsi yang dapat diberikan secara eksplisit dalam bentuk persamaan ataupun secara empirik dalam bentuk tabel nilai.

Aturan Simpson diperoleh dengan mengambil integral di bawah fungsi polinomial berpangkat empat dan tiga. Metode Simpson yang digunakan terdiri dari dua, yaitu Simpson 1/3 dan Simpson 3/8. Aturan Simpson 1/3 diperoleh dari fungsi polinomial pangkat 2 yang terbentuk dari 3 titik data yang tersebar dengan interval yang sama. Sedangkan aturan Simpson 3/8 diperoleh dari fungsi polinomial pangkat 3 yang terbentuk dari 4 titik data yang tersebar dengan interval yang sama.

Dalam penelitian metode yang dipakai adalah metode Simpson 1/3 diperoleh dari fungsi polinomial pangkat 2 disubstitusi ke persamaan integral

$$I = \int_a^b f(x) dx \cong \int_a^b f_1(x) dx \quad (3)$$

Jika  $a$  dan  $b$  diketahui adalah  $x_0$  dan  $x_2$  dan  $f_2(x)$  diperoleh persamaan berikut:

$$I \cong \frac{h}{3} [f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)] \quad (4)$$

dimana,  $h = \frac{(b-a)}{2}$ . Simpson 1/3 dapat dituliskan menjadi:

$$I \cong (b-a) \frac{f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)}{6} \quad (5)$$

dengan,  $a = x_0$ ,  $b = x_2$ , dan  $x_1$  = titik tengah antara  $a$  dan  $b$ .

### Metode Monte Carlo

Metode Monte Carlo adalah salah satu metode matematika dengan penyelesaian secara numerik untuk menyelesaikan kasus dengan simulasi yang menggunakan bilangan acak. Metode ini muncul pada tahun 1940-an yang dipakai untuk mempelajari multiplikasi neutron, hamburan, dan keperluan dibidang nuklir lainnya. Stanislaw Ulam, Jhon von Neumann dan Enrico Fermi menggagas dan menyetujui Monte Carlo sebagai metode untuk penyelesaian praktis dari kasus, yang kemudian diikuti dengan diterbitkannya jurnal oleh Metropolis dan Ulam (Murthy, 2000).

Metode Monte Carlo juga dapat digunakan untuk menghitung nilai integral. Umumnya sebuah fungsi  $f(x)$  dapat dicari dengan menghitung luas daerah dibawah kurva, yaitu dengan mengalikan nilai batas integral ( $a, b$ ) dan nilai rata-rata fungsi  $\langle f \rangle$ . Secara matematis dituliskan :

$$\int_a^b f(x)dx = (b-a)\langle f \rangle \quad (6)$$

Untuk menghitung nilai rata-rata dapat dilakukan dengan cara :

$$\langle f \rangle_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i) \quad (7)$$

Dimana perhitungan nilai rata-rata ini memanfaatkan pembangkitan bilangan acak dan  $N$  adalah jumlah pengulangan yang digunakan (DeVries, 1984).

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i) \quad (8)$$

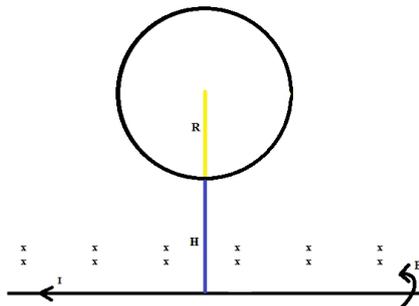
Ide dasar dari Monte Carlo adalah tidak mengevaluasi integrasi pada tiap titik pada sejumlah besar titik-titik integrasi, tetapi hanya mengambil beberapa titik acak pada sumbu absis, sebagai pengganti dari titik integrasi. (Warsito, 2005).

**METODE**

**Analisis Analitik**

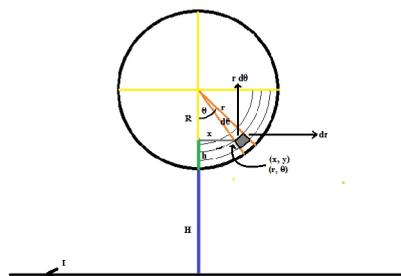
Kasus yang akan dicari solusinya adalah sebagai berikut:

Sebuah lingkaran dengan diameter  $d$  dan jari-jari  $R$  di letakkan dekat dengan kawat panjang yang di aliri arus listrik  $I$ . Jarak antara kawat dan lingkaran adalah  $H$ . Tentukan Fluks magnetik pada lingkaran yang berada dekat dengan kawat yang dialiri arus listrik tersebut. Ilustrasi dari kasus dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Kasus Fluks Magnetik pada luasan berbentuk lingkaran

Fluks magnetik yang menembus luasan permukaan benda berbentuk lingkaran dapat diselesaikan menggunakan persamaan dasar untuk mencari fluks magnetik dan analisa integral matematis untuk menghitung luasan suatu bidang dengan menggunakan sistem koordinat polar. Solusi yang di gunakan dapat dilihat pada Gambar 3.



Gambar 3. Solusi Analitik

$$dA = r \cdot dr \cdot d\theta \quad \dots(9)$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi y} \quad \dots(10)$$

dimana nilai  $y = H + h$

$$h = R - \sqrt{r^2 - x^2}$$

$$x = r \sin \theta$$

sehingga :

$$y = H + R - \sqrt{r^2 - x^2}$$

$$y = H + R - \sqrt{r^2 - r^2 \sin^2 \theta}$$

$$y = H + R - r \cos \theta \quad \dots(11)$$

Dengan substitusi persamaan (9) dan (10) ke persamaan (1). Diperoleh :

$$\Phi = \iint_{r=0}^R \int_{\theta=0}^{2\pi} \frac{\mu_0 i}{2\pi y} r \cdot d\theta \cdot dr \quad \dots(12)$$

substitusi persamaan (11) ke persamaan (12). Diperoleh:

$$\Phi = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \iint_{r=0}^R \int_{\theta=0}^{2\pi} \frac{r}{(H+R-r \cos \theta)} d\theta dr \quad \dots(13)$$

Persamaan (13) diselesaikan menggunakan *Software Wolfram Mathematica* 10.3, menjadi

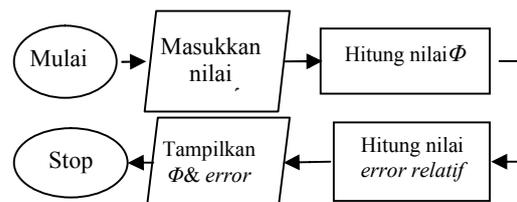
$$\Phi = \frac{\mu_0 i}{2\pi} 2\pi \int_0^R \left( \frac{\sqrt{\frac{A+r}{A-r}}}{A+r} \right) dr$$

....(14)

$$\Phi = -\mu_0 i \left[ \left( H \sqrt{1 + \frac{2R}{H}} \right) - [H + R] \right] \dots(15)$$

**Analisis Komputasi**

Analisa Komputasi dalam bentuk perancangan *flowchart* (diagram alir) sebagai alur logika dan algoritma sebagai landasan dalam menuliskan *sintaks* program. *Procedure* dalam program sesuai dengan metode-metode yang digunakan untuk analisa komputasi. Secara umum *flowchart* penelitian yang dilakukan adalah Gambar 4.



Gambar 4. Flowchart penelitian

**HASIL DAN PEMBAHASAN**

**Hasil Pengujian Solusi Analitik**

Penyelesaian secara analitik diperoleh dua bentuk solusi yang dapat digunakan. Namun, solusi analitik yang digunakan untuk penyelesaian kasus ini menggunakan tinjauan luasan pada sistem koordinat polar untuk menghitung integral dari luasan lingkaran dengan jarak tertentu dari kawat berarus. Dengan mengambil irisan pada titik sejauh  $r$  dari pusat lingkaran, kemudian dengan

mengubah integrasi ke dalam bentuk koordinat polar ( $r, \theta$ ) sehingga bentuk integrasi luasannya seperti pada persamaan (9). Penentuan nilai medan magnetik disekitar kawat menggunakan persamaan (10) dan (11) sehingga untuk menghitung nilai fluks magnetik dengan substitusimasuk ketiga persamaan tersebut ke persamaan untuk mencari nilai fluks magnetik, diperoleh seperti pada persamaan (12).

Persamaan (13) yang digunakan adalah bentuk integrasi lipat dua. Persamaan tersebut diintegrasikan terhadap sudut  $\theta$  terlebih dahulu, kemudian baru diintegrasikan terhadap jari-jari  $r$ . Penyelesaian solusi dengan persamaan (13) ini tidak dapat diselesaikan secara analitik sehingga penyelesaian dilakukan dengan menggunakan *software Wolfram Mathematica 10.3*. Diperoleh persamaan (14) kemudian disederhanakan menjadi persamaan (15). Solusi ini sebagai solusi eksak (solusi sejati) untuk pendekatan nilai dari solusi analitik yang dipakai untuk menyelesaikan kasus ini. Sedangkan untuk pembuatan program dengan solusi analitik, menggunakan persamaan (14).

Solusi analitik lain yang juga telah diuji menggunakan konsep dasar perhitungan luasan lingkaran yang diperoleh dari integral keliling lingkaran itu sendiri. Sehingga untuk mendapatkan luasan lingkaran dengan cara menghitung keliling lingkaran dari jari-jari yang terkecil (nilai batas bawah integrasi) hingga jari-jari yang terbesar (nilai batas atas integrasi). Solusi ini merupakan pendekatan sederhana yang dilakukan secara numerik.

Analisis analitik yang dilakukan agar dapat diketahui apakah hasil dari solusi yang digunakan memiliki nilai presisi dan akurasi yang baik atau tidak diperlukan sebuah nilai standar yang dapat dipakai sebagai hasil perbandingan atau dapat dipercayai sebagai sebuah nilai kebenaran. Dengan demikian digunakan solusi perbandingan untuk menghitung nilai fluks magnetik disekitar kawat berarus pada luasan berbentuk lingkaran, yaitu dengan terlebih dahulu meninjau fluks magnetik pada luasan berbentuk persegi dan melakukan perbandingan grafis.

Pengambilan data secara analitik maupun dalam pendekatan menggunakan komputasi selanjutnya dilakukan dengan cara mengubah-ubah nilai jari-jari lingkaran dengan  $R=0,1$  dan  $0,2$  m serta jarak lingkaran dari kawat  $H=0,1$  dan  $0,2$  m. Sedangkan kuat arus ( $i$ ) dibuat tetap sebesar  $10$  A.

Hasil perhitungan fluks magnetik dengan menggunakan solusi analitik dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Hasil perhitungan Fluks Magnetik menggunakan solusi analitik

Analistik ( $\phi$ ) ( $\times 10^{-7}$ Wb)	Pembanding ( $\phi$ ) ( $\times 10^{-7}$ Wb)	Error Mutlak ( $\times 10^{-7}$ )
3,36544185	3,44964259	0,08420074
2,15495531	2,17648215	0,02152684
9,59498620	10, 10727009	0,51228389
6,73088371	6,89928517	0,16840146

Perhitungan fluks magnetik dengan solusi analitik memperoleh hasil yang lebih kecil jika dibandingkan dengan hasil dari solusi perbandingan secara grafis. Dari hasil yang diperoleh pada tabel diatas, dapat dikatakan bahwa solusi analitik yang dibuat ini dapat dipakai untuk perhitungan nilai fluks magnetik serta dalam pendekatan secara komputasi.

Secara teori, fluks yang diperoleh akan lebih kecil ketika jarak luasan dari lingkaran ( $H$ ) dibuat semakin besar. Sedangkan jika jari-jari luasan dibuat semakin besar, maka nilai fluks yang menembus bidang akan semakin besar nilainya. Dari hasil yang diperoleh, diketahui bahwa nilai fluks magnetik yang peroleh memiliki sifat fisi yang sama dengan teori.

#### Komparasi Solusi Analitik dan Komputasi

Metode komputasi yang digunakan untuk menghitung nilai fluks magnetik total pada luasan adalah metode Simpson dan Monte Carlo. Program yang dipakai untuk pengujian solusi ini dibuat dengan menggunakan fungsi  $f(x)$  yang diperoleh dari solusi analitik serta beberapa deklarasi yang disesuaikan terhadap bentuk fungsi yang dipakai pada program. Pengujian program juga dibuat sama dengan pengujian secara analitik dengan nilai batas bawah integral dimulai dari 0 dan nilai batas atas integral sesuai dengan nilai masukan jari-jari  $R$ . Sedangkan rogram pendekatan dengan metode Monte Carlo dimulai dengan pembangkitan bilangan acak dengan jumlah titik sampel sebanyak  $N$  sehingga dapat merepresentasikan nilai luasan yang sebenarnya. Jangkauan bilangan acak yang dibangkitkan adalah sesuai dengan nilai batas dari integral itu sendiri.

Hasil pengujian program saat program dijalankan dapat dilihat pada Gambar 5.

pita	simp[i]	delt	ulang? <V/T>
2	1.72132593E-02		
4	3.16094218E-02	1.43961625E-02	
8	2.92007659E-02	-2.40865590E-03	
16	2.79973166E-02	-1.20301951E-03	
32	2.73963267E-02	-6.01419752E-04	
64	2.70956226E-02	-3.00704097E-04	
128	2.69452709E-02	-1.50351685E-04	
256	2.67197436E-02	-2.25527450E-04	
512	2.66825071E-02	-1.12763722E-04	
1024	2.66137132E-02	-1.87939570E-05	
2048	2.6785223E-02	-2.81949266E-05	
4096	2.67902208E-02	4.69849959E-06	
Harga Integrasi : 2.67902208E-02		Batas bawah : 0.0E+00	
Flux Total : 3.36485173E-07 Wb		Batas atas : 1.0E-01	
Error relatif : 1.75347513E-02 %		Nilai H : 1.0E-01	

Gambar 5. Hasil *running* program metode Simpson

Gambar 5 menampilkan hasil pengujian program dengan menggunakan metode Simpson. Setelah memasukan nilai batas bawah dan batas atas integral serta nilai jarak luasan dari kawat *H*. Maka program akan menghitung secara otomatis dan pada tampilan hasil *running* program dapat dilihat nilai hasil integrasi, nilai flux magnetik total dan *error* relatif. Pengujian dilakukan seperti yang telah dijelaskan dan diperoleh hasil nilai fluks magnet sebagai berikut.

Tabel 2. Hasil Perhitungan Fluks Magnetik dengan metode Simpson

Analistik ( $\phi$ ) (x 10 <sup>-7</sup> Wb)	Simpson ( $\phi$ ) (x 10 <sup>-7</sup> Wb)	Error Mutlak (x 10 <sup>-7</sup> )
3,36544185	3,36485173	0,00059012
2,15495531	2,15459393	0,00036138
9,59498620	9,59544329	0,00045709
6,73088371	6,72970346	0,00118025

Pada Tabel 2 hasil pengujian program menggunakan metode komputasi Simpson menunjukkan bahwa pendekatan secara integrasi simpson mendekati hasil yang telah diperoleh secara analitik. Dari hasil ini dapat dihitung nilai *error* mutlak dari program terhadap nilai eksak secara analitik dan diperoleh nilai *error* mutlak yang kecil. Sehingga hasil pendekatan dengan metode Simpson dapat diterima serta dapat dikatakan bahwa program yang dibuat telah berfungsi dengan baik. Sedangkan pengujian program dengan menggunakan metode Monte Carlo dapat dilihat pada Gambar 6.

Batas bawah	: 0	=====
Batas atas (R)	: 0.1	Mengulang?(V/N)
Nilai H	: 0.1	=====
Nilai N	: 10.000	
Jumlah Pengulangan:	10000 Kali	
Nilai Bil. Acak	: 2.68099786E+03	
Hasil MonteCarlo	: 2.68099786E-02	
=====		
Flux Total	: 3.36733332E-07 Wb	
=====		
Error relatif	: 5.62026249E-02 %	

Gambar 6. Hasil *running* program metode Monte Carlo

Tampilan hasil pengujian program dengan metode Monte Carlo seperti pada gambar 6. Pengujian dilakukan sama seperti yang pengujian metode Simpson dan analitik. Hasil pengujian nilai fluks magnetik dengan metode Monte Carlo secara keseluruhan dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Hasil perhitungan Fluks Magnetik dengan metode Monte Carlo (N=10000)

Analistik ( $\phi$ ) (x 10 <sup>-7</sup> Wb)	Monte Carlo ( $\phi$ ) (x 10 <sup>-7</sup> Wb)	Error Mutlak (x 10 <sup>-7</sup> )
3,36544185	3,36733332	0,00189147
2,15495531	2,11808640	0,03686891
9,5949862	9,47173540	0,12325080
6,73088371	6,50003752	0,23084619

Hasil yang ditampilkan pada Tabel 3 ini adalah hasil yang diambil secara acak karena pada setiap perulangan pengujian program akan menampilkan hasil pengujian yang berbeda. Dalam setiap pengulangan, hasil yang muncul selalu mendekati nilai yang dimasukkan dalam Tabel 3.

Pengujian program pendekatan integrasi dengan metode Monte Carlo menggunakan jumlah titik acak sebanyak 10.000 titik juga memperoleh hasil yang mendekati dengan nilai perhitungan menggunakan metode analitik. Namun, jika dilihat pada hasil diatas nilai pendekatan yang diperoleh masih sedikit berbeda dengan nilai solusi eksak kasus. Nilai *error* mutlak terhadap nilai eksak secara analitik pada setiap variasi nilai masukkan sedikit meningkat ketika nilai input menjadi lebih besar.

**Analisis Hasil dan Error**

Kesalahan absolut ( $E_t$ ) adalah nilai sebenarnya ( $x$ )dikurangi nilai pendekatan ( $\bar{x}$ ), dinyatakan dengan (Warsito, 2005):

$$E_t = x - \bar{x} \quad (16)$$

Sedangkan perhitungan nilai *error* relatif. Menggunakan nilai kesalahan absolut dibagi dengan nilai sebenarnya dan di kalikan dengan 100%. Dapat dilihat pada persamaan (Chapra, 2014) berikut:

$$\epsilon_r = \frac{x-\bar{x}}{x} \times 100\% \quad (17)$$

Perhitungan nilai *error* relatif dipakai untuk membandingkan hasil solusi secara analitik yang diperoleh antara solusi pembanding dan

solusi pertama dan kedua serta membandingkan nilai kesalahan dari masing-masing metode komputasi yang digunakan.

Dari hasil perhitungan nilai fluks magnetik secara analitik dan metode komputasi diatas, dapat dihitung nilai *error* relatif dari setiap metode pendekatan yang digunakan pada Tabel 4.

Tabel 4. Hasil perhitungan *Error* relatif menggunakan metode Simpson dan metode Monte Carlo

Nilai Masukkan	Simpson (%)	Monte Carlo (%)
R=0,1m;H=0,1m	0,017537771	0,056202724
R=0,1m;H=0,2m	0,016772534	1,710889772
R=0,2m;H=0,1m	0,004763615	1,284533374
R=0,2m;H=0,2m	0,017537920	3,429656490

Perbandingan nilai *error* relatif dengan menggunakan metode simpson dan Monte Carlo pada Tabel 4 memakai hasil analitik sebagai pembanding untuk membandingkan nilai pendekatan menggunakan program. Hasil pada Tabel 4 menunjukkan bahwa hasil pendekatan nilai fluks magnetik menggunakan metode Simpson memiliki nilai yang mendekati hasil dari solusi analitik dengan nilai *error* relatif berkisar antara 0,004763615 % - 0,017537920 %. Sedangkan untuk hasil pendekatan dengan metode Monte Carlo diperoleh perhitungan nilai *error* relatif pada kisaran 0,056202724 % - 3,429656490%.

Metode komputasi baik Simpson maupun Monte Carlo terbukti memiliki hasil yang akurat dengan *error* relatif dibawah 5%. Secara komputasi hasil ini sudah sangat baik. *Error* pendekatan nilai flux magnetik dengan menggunakan metode Monte Carlo terlihat sedikit lebih besar dibanding dengan metode Simpson. Hal tersebut dapat dipahami karena Metode Simpson menggunakan dasar formulasi yang sudah stabil, sementara metode Monte Carlo memanfaatkan bilangan acak yang dalam prosesnya menyimpan potensi hasil yang juga acak.

### KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian yang dilakukan, dapat disimpulkan bahwa fluks magnetik pada luasan berbentuk lingkaran di sekitar kawat berarus dapat dicari dengan solusi analitik pada persamaan (8). Hasil perhitungan dengan  $i = 10A$  dan variasi kombinasi nilai  $R=0,1$  dan  $0,2$

serta  $H=0,1$  dan  $0,2$  berturut-turut adalah  $3,36544185 \times 10^{-7}$  Wb;  $2,15495531 \times 10^{-7}$  Wb;  $9,59498620 \times 10^{-7}$  Wb;  $6,73088371 \times 10^{-7}$  Wb. Hasil implementasi persamaan (7) pada program komputasi numerik menggunakan metode Simpson dengan variasi kombinasi diatas berturut-turut adalah  $3,36485173 \times 10^{-7}$  Wb;  $2,15459393 \times 10^{-7}$  Wb;  $9,59544329 \times 10^{-7}$  Wb;  $6,72970346 \times 10^{-7}$  Wb. Sedangkan dengan metode Monte Carlo hasilnya berturut-turut adalah  $3,36733332 \times 10^{-7}$  Wb;  $2,11808640 \times 10^{-7}$  Wb;  $9,47173540 \times 10^{-7}$  Wb;  $6,50003752 \times 10^{-7}$  Wb. Nilai *error* relatif pada variasi kombinasi menggunakan metode Simpson berturut – turut adalah 0,017537771%; 0,016772534 % ; 0,004763615 % ; 0,017537920 %. Sedangkan dengan metode Monte Carlo berturut-turut adalah 0,056202724 %; 1,710889772 %; 1,284533374 %; 3,429656490 %. Dari hasil pengujian dan nilai *error* relatif diketahui bahwa nilai pendekatan komputasi simpson lebih mendekati nilai eksak dibanding dengan pendekatan Monte Carlo.

### DAFTAR PUSTAKA

- Abdullah, M. 2006. *Diktat Kuliah Fisika Dasar II*. FMIPA-ITB : Bandung.
- DeVries, P. L. 1994. *A First Course in Computational Physics*. John Wiley & Sons, Inc. : New York.
- Chapra, S.C., &R.P. Canale. 2014. *Numerical Methods for Engineers 7<sup>th</sup> Edition*. McGraw-Hill Education : New York.
- Munir, R. 2013. *Metode Numerik*. Informatika : Bandung.
- Murthy, K.P.N. 2000. *An Introduction for Monte Carlo Simulations in Statistical Physics*. Indira Gandhi Centre for Atomic Research : Kalpakkam.
- Satriawan, M.. 2012. *Fisika Dasar*. <http://mirza.staff.ugm.ac.id/fisdas/FisdasbookI.pdf>. Diakses tgl 16 Juni 2016
- Serway, R.A., &J.W. Jewet. 2008. *Physics for Scientists and Engineers 6<sup>th</sup> Edition*. Thomson Brooks/Cole : New York.
- Soengeng, R. 1996. *Komputasi Numerik dengan Turbo Pascal*. ANDI : Yogyakarta
- Spiegel, M.R., S. Lipschutz, &J. Liu. 2009. *Mathematical handbook of Formulas and Tables 3rd Edition*. McGraw-Hill : New York.
- Warsito, A. 2009. *Fisika Komputasi*. Modul Bahan Ajar Fisika FST Undana.